

Descripción y aplicación de los índices nodales de alivio de carga en transmisión en los sistemas de potencia

Description and application of the weighted transmission loading relief nodal indexes in power systems

SIERRA, Juan E.¹

GIRALDO, Edward A.²

LÓPEZ-LEZAMA, Jesús M.³

Resumen

Este artículo presenta una descripción detallada del cálculo y aplicación de los índices nodales de alivio de carga en transmisión. La descripción se enfoca desde el punto de vista de la enseñanza en programas de ingeniería eléctrica, energética, electrónica y afines. Estos índices se usan normalmente para identificar elementos que requieren refuerzos en la red. Se presentan dos nuevas aplicaciones en un sistema real: la ubicación óptima de generación distribuida y la evaluación de planes de expansión.

Palabras clave: índices nodales WTLR, generación distribuida, planeamiento de la expansión.

Abstract

This paper presents a detailed description of the computation and application of the weighted transmission loading relief nodal indexes. The description is focused from the teaching standpoint in electrical, energetic, electronic and related programs. These indices are normally used to identify elements that require reinforcements in the network. This article introduces two new applications in a real system: the optimal location for distributed generation and the evaluation of expansion plans.

Key words: WTLR nodal indexes, distributed generation, expansion planning.

1. Introducción

En este artículo se presenta una descripción detallada del cálculo de los índices nodales de alivio de carga en transmisión (WTLR por sus siglas en inglés) desde una perspectiva de la enseñanza en ingeniería eléctrica, energética, electrónica y afines. Los WTLR fueron propuestos inicialmente en (Grijalva y Visnesky 2006). Estos índices fueron diseñados para medir el efecto de la generación en la seguridad de los sistemas de potencia y se basan en los factores de inyección de potencia. El artículo inicia con una descripción matemática detallada de los índices y con un ejemplo ilustrativo de su cálculo en un sistema didáctico de 4 barras. Los índices WTLR son una medida del nivel de sobrecarga que experimenta una red en el caso base y ante contingencias y se usan normalmente para identificar elementos de la red de transmisión que requieren refuerzos. Sin embargo, estos

¹ Ingeniero Electricista. Universidad de Antioquia. Correo electrónico: juane.sierra@udea.edu.co

² Ingeniero Electricista. Universidad de Antioquia. Correo electrónico: edwarda.giraldo@udea.edu.co

³ PhD. Departamento de ingeniería eléctrica. Universidad de Antioquia. Correo electrónico: jmaria.lopez@udea.edu.co

pueden usarse como herramienta de diagnóstico y diseño de sistemas de potencia que pueden llevarse al aula de clase. En particular se proponen dos aplicaciones adicionales a estos índices: el planeamiento de la expansión de la red de transmisión (PERT) y la ubicación óptima de nuevas fuentes de generación, específicamente de GD.

El PERT consiste en determinar los refuerzos que necesita la red (nuevas líneas y transformadores) para atender una demanda futura en un horizonte de tiempo dado (Tejada et al. 2015). En este caso se busca minimizar los costos de inversión teniendo en cuenta las restricciones de la red de transmisión. Por otro lado, la ubicación óptima de nuevas fuentes de GD busca encontrar el dimensionamiento y la ubicación más apropiada de nuevos generadores en la red, normalmente con el objetivo de maximizar una serie de beneficios (Mahmoud, Yorino, y Ahmed 2016). Estos beneficios se pueden expresar como disminución de pérdidas, alivio de congestión y reducción de emisiones contaminantes, entre otros (Al-Sabounchi, Gow, y Al-Akaidi 2014). Tanto el PERT como la ubicación óptima de GD en sistemas de potencia son problemas de naturaleza combinatoria, no convexos y que pueden presentar múltiples soluciones óptimas y sub-óptimas. Es por esto que en la literatura técnica se encuentran estudios que abordan estos problemas desde diferentes perspectivas de modelamiento y técnicas de solución.

Uno de los aspectos relacionados con la complejidad del PERT es el modelo utilizado de la red de transmisión. El modelo de transporte es el más simple, pues solo considera las ecuaciones de balance de potencia nodal o primera ley de Kirchhoff. La segunda ley de Kirchhoff no es considerada, por lo que la reactancia de las líneas no se tiene en cuenta. En (Pozos et al. 2014) se usa el modelo de transporte en la solución del PERT. El modelo DC considera ambas leyes de Kirchhoff, por lo que entrega soluciones más realistas que el modelo de transporte y es uno de los más utilizados en la literatura científica. En (Alizadeh y Jadid 2011) se usa el modelo DC para la solución de PERT. El modelo DC disyuntivo es un equivalente lineal del modelo DC y permite aliviar la complejidad matemática del PERT sin comprometer la calidad de las soluciones encontradas. En (Tejada et al. 2015) se utiliza este modelo en la solución de PERT. Finalmente, el modelo AC permite una mayor aproximación a la realidad, pero es intrínsecamente no lineal por lo que introduce más complicaciones al PERT. En (Alhamrouni et al. 2014) se presentan aplicaciones del modelo AC en la solución de PERT.

En la literatura científica se han explorado una gran variedad de técnicas para la solución del PERT. El PERT puede ser abordado mediante técnicas basadas en programación matemática, metaheurísticas y versiones híbridas de estas. En (López-López et al, 2016) se presenta un algoritmo genético para solucionar el PERT considerando repotenciación de circuitos y ubicación de capacitores. En (Da Silva, et al, 2001) los autores presentan una metaheurística basada en búsqueda Tabú para solucionar el PERT, mientras en (Kavith y Swarup, 2006) se aborda el mismo problema mediante optimización de colonia de partículas. Por otro lado, en (Verma et al, 2010) se aborda el PERT mediante un algoritmo de búsqueda armónica. La literatura técnica referente al problema de la expansión de la red de transmisión es bastante extensa, en (Molina y Rudnick, 2010) y (Quintero et al, 2014) se pueden encontrar revisiones bibliográficas que detallan y comparan los diferentes modelos y técnicas de solución del PERT.

Por otro lado, la ubicación de óptima de GD también ha sido objeto de diferentes estudios. En (Hosseini y Kazemzadeh 2011) se presenta un método analítico para la ubicación óptima de GD con el objetivo de minimizar pérdidas de potencia activa. En (Prithvi y Manjunath 2017) los autores utilizan un factor de sensibilidad de pérdidas para determinar la ubicación óptima de tecnologías de DG despachable y no despachable. En (Rider et al. 2013) se presenta un modelo binivel para ubicación óptima de GD considerando aspectos de mercado y en (Rakesh, VenkataPapana, y Keerthi 2017) se presenta un modelo híbrido para la ubicación óptima de GD con el objetivo de minimizar pérdidas y mejorar tensiones. En la literatura técnica se reportan varios cientos de estudios dedicados a probar modelos y métodos de solución relacionados con la ubicación óptima de GD; por lo tanto, una revisión detallada de los mismos está fuera del alcance de este artículo. En (Gupta, Pandit, y Kothari 2014) y

(Suvarchala, Yuvaraj, y Balamurugan 2018) se presentan revisiones y comparaciones de los principales métodos utilizados en la ubicación y dimensionamiento óptimo de GD.

Las aplicaciones propuestas de los índices WTLR se realizan en un prototipo representativo del sistema colombiano de 93 barras. Los resultados evidencian la versatilidad de los índices propuestos y su utilidad en estudios de sistemas de potencia.

2. Metodología

Los índices nodales WTLR son calculados mediante la expresión (1). En este caso, $Nviol$ es el número de violaciones o sobrecargas en el caso base y bajo contingencias; la expresión $SobrecargaSys$ indica la sobrecarga total del sistema en el caso base y bajo contingencias (en MW). $SCpre_j$ es un vector que contiene las sobrecargas de la rama j sistema para el caso base (sin contingencias). $PTDF_{i,j}$ es la matriz de factores de distribución de potencia. $postPFOL_{j,k}$ es una matriz que de sobrecargas de la rama j , ante la contingencia k . $DSLODF_{i,k,j}$ es un arreglo de tres dimensiones que indica como varía la potencia en el nodo i , respecto al flujo de la línea j , ante la contingencia k .

$$WTLR_i = \frac{Nviol}{SobrecargaSys} \left(\sum_{j=1}^J SCpre_j * PTDF_{i,j} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K postPFOL_{j,k} * DSLODF_{i,k,j} \right) \forall i \quad (1)$$

A continuación, se presenta un ejemplo de cálculo de los índices nodales para el sistema de 4 barras y 4 líneas de la Figura 1. En la Tabla 1 se muestran los datos de los generadores; en la Tabla 2 se muestran las características de las líneas, así como los resultados de flujo DC. Estos serán necesarios posteriormente para el cálculo de los índices.

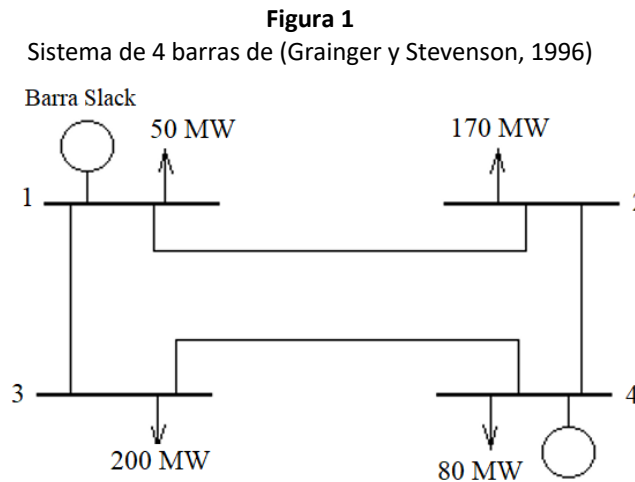


Tabla 1

Características de los generadores para el sistema de la Figura 1

Barra	Pg [MW]	Vg [pu]	Pmax [MW]
1	-	1	-
4	300	1.02	300

Fuente: Autores

Tabla 2

Características de las líneas para el sistema de la Figura 1

Desde	Hacia	x	Límite [MW]	Flujo DC [MW]	Limite [MW]	Sobrecarga [MW]
1	2	0.0504	100	46.31	100	0
1	3	0.0372	250	103.69	250	0
2	4	0.0372	120	-123.69	120	3.69
3	4	0.0636	200	-96.31	200	0

Fuente: Autores

Para el cálculo de los WTLR es necesaria calcular otros índices previos. Estos corresponden al índice de distribución de transferencias de potencia (PTDF, por sus siglas en inglés), índice de distribución de salida de línea (LODF, por sus siglas en inglés) e índice de transferencia de nodo de referencia distribuido ante salida de línea (DSLODF).

Los PTDF son una medida del cambio en el flujo de una línea al inyectar 1MW adicional entre un nodo y la referencia. Estos índices pueden calcularse como se presenta en la ecuación 2.

$$PTDF = DAB^* \tag{2}$$

Dónde la matriz *D* es la matriz diagonal de susceptancias, la cual se puede escribir a partir de la Tabla 2. *A* es la matriz de incidencia, que indica el sentido de conexión de las líneas con los nodos. *B** es la matriz pseudoinversa de la matriz *B_{buss}* del sistema. Esta matriz por su naturaleza no es invertible, por lo cual se debe eliminar la fila y columna correspondientes a la barra slack, luego se puede continuar con el proceso de inversión matricial. Finalmente, teniendo estas matrices debidamente adecuadas, se procede a realizar la multiplicación matricial para obtener los PTDF, a la matriz obtenida se le adiciona una columna de ceros en la del nodo de referencia.

$$DAB^* = \begin{bmatrix} -0.7325 & -0.1975 & -0.5350 \\ -0.2675 & -0.8025 & -0.4650 \\ 0.2675 & -0.1975 & -0.5350 \\ -0.2674 & 0.1975 & -0.4650 \end{bmatrix} \Rightarrow PTDF = \begin{matrix} L_{1-2} \\ L_{1-3} \\ L_{2-4} \\ L_{3-4} \end{matrix} \begin{matrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \\ \begin{bmatrix} 0 & -0.7325 & -0.1975 & -0.5350 \\ 0 & -0.2675 & -0.8025 & -0.4650 \\ 0 & 0.2675 & -0.1975 & -0.5350 \\ 0 & -0.2674 & 0.1975 & -0.4650 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Los índices *LODF* indican el cambio del flujo de una línea ante la salida de otra, es decir en cuanto se ve afectado el flujo de una línea en condiciones pre-falla ante la condición post-falla. Para el cálculo de este factor se toman los PTDF anteriormente calculados y se multiplican por la matriz de incidencia transpuesta, ecuación 3.

$$H = PTDF * A^T \tag{3}$$

Con la matriz Auxiliar *H* se procede a calcular los elementos de la matriz de *LODF* como se presenta en la ecuación 4. Al tener estos factores, se puede proceder con el cálculo de los índices *DSLODF*, los cuales se obtiene con la ecuación 5.

$$LODF_{i,j} = \begin{cases} \frac{H_{i,j}}{1-H_{j,j}} & \text{si } H_{j,j} \neq 1 \\ -1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } H_{j,j} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} L_{1-2} \\ L_{1-3} \\ L_{2-4} \\ L_{3-4} \end{matrix} \begin{matrix} C_{L1-2} & C_{L1-3} & C_{L2-4} & C_{L3-4} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4)$$

$$DSLODF_{i,j,k} = PTDF_{i,k} + LODF_{j,k}PTDF_{i,j} \quad (5)$$

Una vez obtenidos todos los índices, se calculan los flujos post-contingencia como se presenta en la ecuación 6. De los valores obtenidos se toman solo las potencias que representan sobrecargas en las líneas, según se indica en la ecuación 7.

$$postPF_{i,j} = f_i + LODF_{j,i} * f_j \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 150 & 170 & -50 \\ 150 & 0 & -20 & 200 \\ -170 & -20 & 0 & -220 \\ -50 & -200 & -220 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$postPFOL_{ij} = \begin{cases} |f_{ij}| - cap_i & \text{si } |f_{ij}| > cap_i \\ 0 & \text{si } |f_{ij}| \leq cap_i \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 50 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Aplicando la ecuación 1 se obtienen los valores de los índices WTLR asociados a cada barra. En la ecuación 8 se muestra cómo se realiza el cálculo para la barra 2, en la ecuación 9 se muestran todos los valores de los índices para el sistema de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

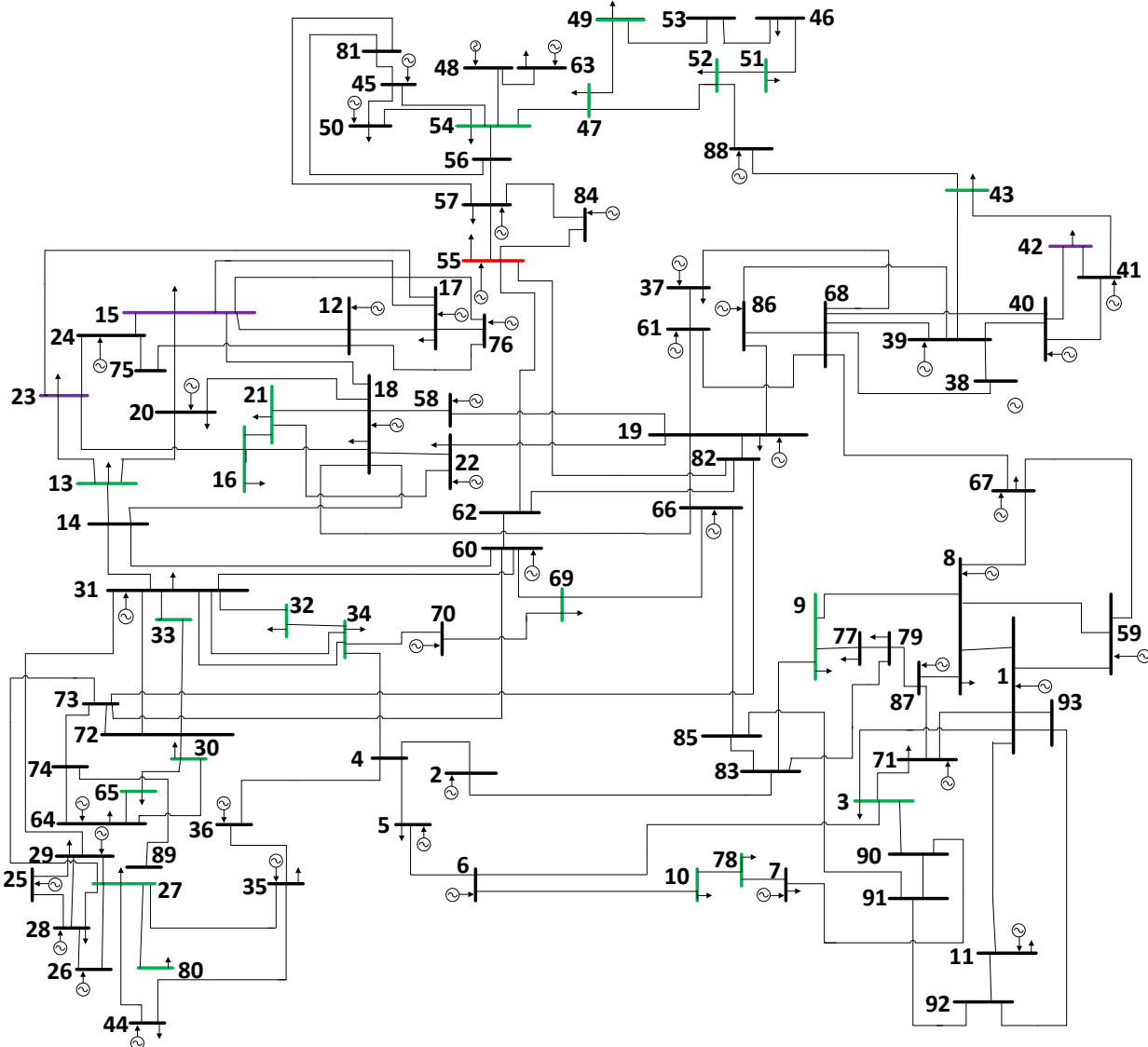
$$WTRL_2 = \frac{6}{293.6943} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.6943 \\ 0 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} -0.7325 \\ -0.2675 \\ 0.2675 \\ -0.2675 \end{bmatrix} + \sum \sum \begin{bmatrix} 0 & 0 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \quad (8)$$

$$WTRL = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.4099 \\ -1.0364 \\ -3.5134 \end{bmatrix} \quad (9)$$

3. Aplicación de los WTLR en estudios de sistemas de potencia

Los WTLR pueden ser aplicados en diferentes estudios de sistemas de potencia. En este caso se utilizan para valorar propuestas de expansión y como guía para ubicar GD. Para mostrar la versatilidad del uso de los WTLR se utiliza un prototipo representativo del sistema colombiano de 93 barras ilustrado en la Figura 2. Los datos de este sistema pueden ser consultados en (Escobar, 2008).

Figura 2
 Prototipo representativo de 93 barras
 del sistema eléctrico colombiano



Fuente: Autores

3.1. Uso de los WTLR para evaluar planes de expansión

Sobre este sistema se han hecho diferentes propuestas de expansión aplicando metodologías como algoritmos genéticos (Escobar, 2008), programación lineal entera mixta (Ferreira, 2013), optimización basada en colonia de partículas (Souza, 2014) y métodos basados en búsqueda local (Alves, 2015). El objetivo es evaluar los planes de expansión propuestos a la luz de los índices WTLR descritos en la sección anterior. En la Tabla 3 se presenta un resumen de las características de los métodos de expansión propuestos y las técnicas de solución utilizadas. En la Tabla 4 se presenta el detalle de los planes propuestos en función de número de líneas por corredor para diferentes propuestas de expansión.

Tabla 3
Trabajos reportados en la expansión
del sistema colombiano de 93 barras

Referencia	Características del modelo de expansión	Método de solución
(Escobar, 2008)	Incertidumbre en generación y demanda, red futura libre de congestión y posibilidad de eliminar elementos de expansión previamente considerados.	Adaptación del algoritmo genético de Chu-Beasley
(Ferreira, 2013)	Considera incertidumbre y condiciones de seguridad N-1 para una muestra de escenarios.	Programación Lineal Entera Mixta a través de CPLEX
(Souza, 2014)	Problema estático de planeamiento, no considera criterios de confiabilidad	Optimización basada en enjambre de partículas.
(Alves, 2015)	Considera restricciones N-1, no tiene en cuenta redespacho de generación y considera un límite de 10 líneas por corredor.	Método GRASP, búsqueda local iterativa y búsqueda tabú.

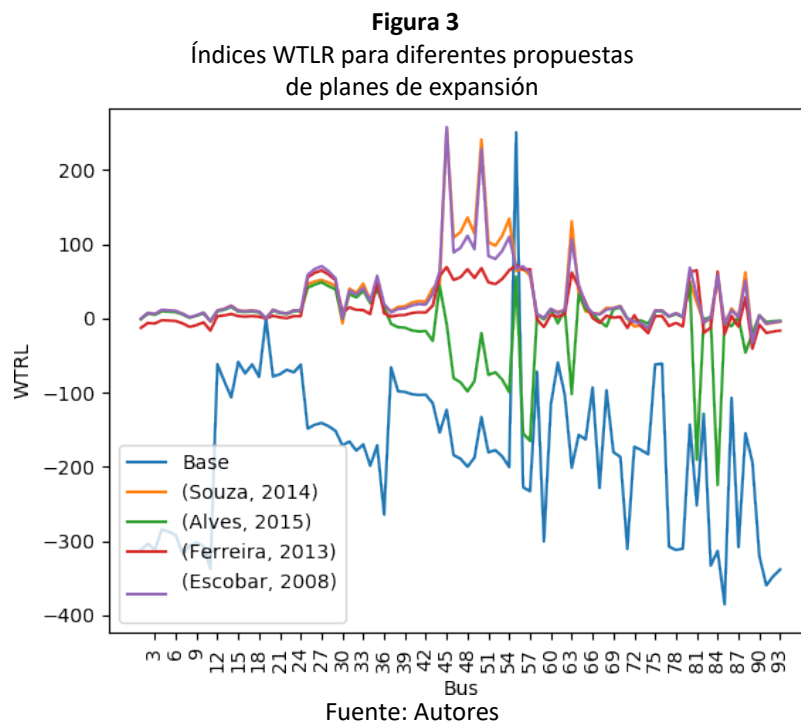
Tabla 4
Detalle de planes de expansión
propuestos por diferentes autores

Desde	Hasta	# líneas existentes	(Escobar 2008)	(Ferreira 2013)	(Souza 2014)	(Alves 2015)
15	18	1	1	1	1	1
19	82	1	2	1	2	2
27	29	1	1	1	1	0
27	64	1	0	1	1	1
28	29	1	0	0	0	1
29	64	1	1	0	0	0
30	65	1	1	1	1	1
30	72	2	1	1	1	1
43	88	1	2	2	2	2
45	54	1	0	0	2	2
45	81	1	0	1	0	0
50	54	2	1	0	0	0
52	88	2	1	0	0	0
54	56	3	1	0	0	0
55	57	1	1	1	1	0
55	62	1	1	1	1	1
55	84	1	1	1	1	1
56	57	2	1	0	1	1
57	81	1	0	1	0	0
57	84	1	0	0	0	1
62	73	1	1	1	1	1
68	86	1	1	1	1	1
72	73	2	1	0	1	1
82	85	1	1	1	1	1

Fuente: Autores

En la Figura 3 se ilustran los resultados de los índices nodales para los planes de expansión presentados en las referencias de la tabla 4. Inicialmente se calcularon los índices WTLR para el caso base, sin considerar ningún programa de expansión. Se pudo observar que la mayoría de los índices son negativos. Esto significa que a futuro se requiere adición de líneas en el sistema para disminuir sobrecargas en la red debido al crecimiento de la demanda. Las metodologías implementadas en cada uno de los planes de expansión de la Tabla 3 sugieren la incorporación de líneas de transmisión como se observa en la Tabla 4. En la barra de referencia el valor del índice WTLR es cero, por otro lado, se presenta un pico positivo del índice en la barra 54 que une la sub-área Antioquia con la Costa Atlántica. Este alto valor positivo sugiere que en esta barra se debería instalar más generación para evitar sobrecargas.

Una vez se evaluaron los diferentes planes de expansión propuestos en (Escobar, 2008), (Ferreira, 2013), (Souza, 2014) y (Alves, 2015); se pudo verificar que todos estos mejoran de forma considerable el valor de los índices WTLR con respecto al caso base. Esta mejora es más significativa en las primeras y últimas barras (de la 1 a la 20 y de la 63 a la 93). Las respuestas con respecto a los índices son similares para casi todos los planes de expansión, a excepción del propuesto en (Alves, 2015) en el cual los índices no mejoran significativamente, en particular después de la barra 36.



3.2. Uso de los WTLR para ubicación óptima de GD en sistemas de potencia

Los WTLR pueden ser utilizados para la ubicación óptima de GD como se ilustra en (Sierra, Giraldo, y Lopez-Lezama 2018). En este caso se implementó una búsqueda GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) para ubicar varias unidades de GD en el prototipo representativo del sistema colombiano ilustrado en la Figura 2. La función objetivo en este caso es la minimización del valor absoluto de los índices WTLR en el sistema. Si estos índices tienden a cero significa que no habrá sobrecargas en operación normal ni bajo ninguna contingencia.

En las pruebas se consideró una participación de 100, 200 y 300 MW de GD para 3 casos de estudio donde se aumentó el número de unidades de GD conectada al sistema. En el caso 1 se conectan 5 generadores y se calculan los índices WTLR para cada nivel de participación de GD. Este procedimiento se aplicó de manera similar con 10 y 15 generadores para los casos 2 y 3, respectivamente. La potencia que aporta cada generador en los distintos casos se calculó con base al nivel de participación dividido el número de generadores disponibles. En la Tabla 5 se detalla la potencia de cada generador para cada nivel de participación con relación a cada caso. En la Figura 4 se muestran los resultados de la búsqueda GRASP para el caso 1 donde se puede apreciar cómo se acercan a cero los índices WTLR y la reducción de la función objetivo con el aumento de la GD instalada.

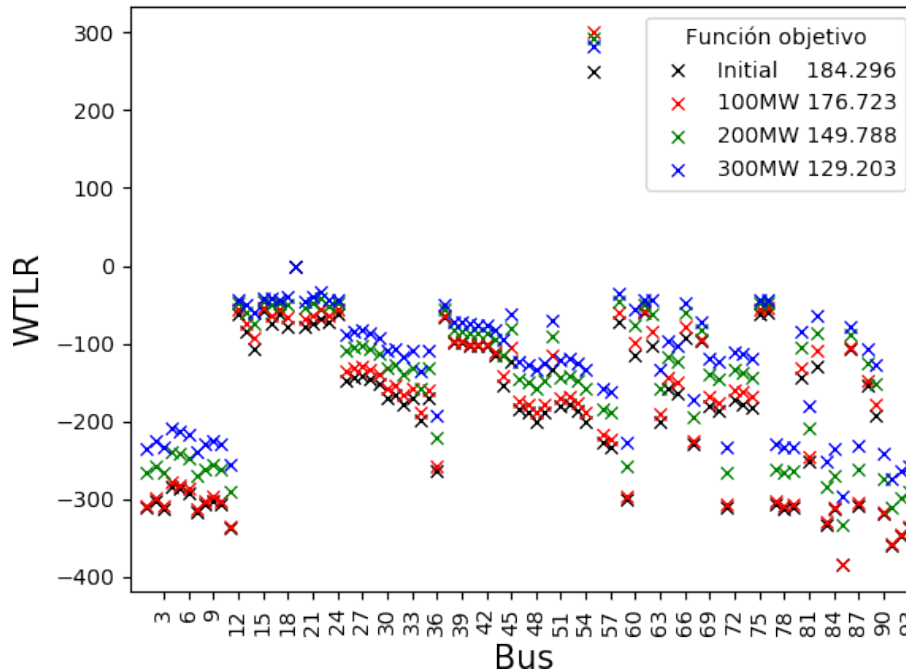
Tabla 5
Potencia por generador para cada caso de estudio y nivel de participación de GD

		Caso 1	Caso 2	Caso 3
GD \ #GE	5			
	10			
	15			
	100	20 MW	10 MW	6.67 MW
	200	40 MW	20 MW	13.33 MW
	300	60 MW	30 MW	20 MW

Fuente: Autores

Figura 4

WTLR con 100MW, 200MW y 300 MW distribuidos por 5 máquinas en diferentes barras, equivalente al caso 1



Fuente: Autores

En la Tabla 6 se presenta el valor de la función objetivo para los tres casos de estudio y su porcentaje de reducción con respecto al caso inicial. A medida que aumenta el nivel de participación de la GD, el porcentaje de reducción de la función objetivo fue mayor; sin embargo, los mejores valores de la función objetivo se obtuvieron cuando

el número de unidades de GD instalada era mayor, dando como resultado que para un mismo nivel de participación en el sistema es más benéfico repartirla en un mayor número de generadores. En la Tabla 7 se muestra las barras en las cuales se instaló la GD para cada caso dado por el método GRASP implementado.

Tabla 6
Porcentaje de reducción de la función objetivo con respecto al caso inicial para diferentes niveles de participación de GD

	5 GD	% Reducción	10 GD	% Reducción	15 GD	% Reducción
100 MW	176,7234	4,11%	171,8156	6,77%	170,1876	7,66%
200 MW	149,7878	18,72%	138,7188	24,73%	135,9193	26,25%
300 MW	129,2028	29,89%	124,0035	32,71%	115,0878	37,55%

Fuente: Autores

Tabla 7
Ubicación de GD para diferentes niveles de participación

Bus	5 Unidades GD			10 Unidades GD			15 Unidades GD		
	100MW	200MW	300MW	100MW	200MW	300MW	100MW	200MW	300MW
80	x						x	x	x
69						x	x	x	x
65						x	x	x	
52				x	x		x	x	x
51							x		x
49									
47									
43	x	x		x		x	x	x	x
42	x	x	x	x	x	x	x	x	x
34									
33				x			x	x	x
32				x	x			x	x
30					x	x	x	x	x
27				x	x	x	x	x	x
23	x	x	x	x	x	x	x	x	x
21		x	x	x	x		x	x	x
16			x		x	x	x	x	x
15	x	x	x	x	x	x	x	x	x
13				x	x	x	x	x	x

Fuente: Autores

4. Conclusiones

En este artículo se presentó una descripción detallada del cálculo de los índices nodales WTLR. Posteriormente, se utilizaron estos índices en dos tipos de estudios comúnmente desarrollados en sistemas de potencia: el planeamiento de la expansión de redes de transmisión y la ubicación óptima de GD. Con base en planes de expansión propuestos por diferentes autores y sus índices asociados se pudieron identificar las barras críticas sobre la red colombiana de 93 barras. En la comparación de diferentes planes de expansión se verificó que todos aumentan la seguridad del sistema con respecto al caso base, desplazando los índices nodales cerca a cero.

Por otro lado, en lo referente al estudio de ubicación de GD se pudo observar que a medida que se distribuye la GD en un mayor número de máquinas equivalentes, la disminución de los WTLR es mayor. Vale la pena mencionar que no siempre la GD tiene un impacto positivo, en pruebas preliminares se pudo verificar que la ubicación y dimensionamiento inapropiados de la GD empeora las condiciones operativas tanto en condición normal, como bajo contingencias. Esto último resalta la utilidad de metodologías especializadas en la correcta ubicación de la GD.

La importancia de los WTLR para evaluar estudios en sistemas de potencia radica en suministrar información relevante al planeador de la red de transmisión, el cual puede establecer lineamientos sobre nuevas inversiones en el sistema para mejorar la seguridad del suministro.

Referencias bibliográficas

- Alhamrouni, I., A. Khairuddin, A. K. Ferdavani, y M. Salem. 2014. «Transmission expansion planning using AC-based differential evolution algorithm». *Transmission Distribution IET Generation* 8 (10): 1637-44. <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2014.0001>.
- Alizadeh, B., y S. Jadid. 2011. «Reliability constrained coordination of generation and transmission expansion planning in power systems using mixed integer programming». *Transmission Distribution IET Generation* 5 (9): 948-60. <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2011.0122>.
- Al-Sabounchi, A., J. Gow, y M. Al-Akaidi. 2014. «Simple procedure for optimal sizing and location of a single photovoltaic generator on radial distribution feeder». *IET Renewable Power Generation* 8 (2): 160-70. <https://doi.org/10.1049/iet-rpg.2012.0203>.
- Alves, Lemos. 2015. «Metaheurísticas para el problema de planeamiento de la expansión de la red de transmisión de energía eléctrica considerando restricciones de seguridad». Ilha Solteira: UNESP.
- Escobar, Antonio H. 2008. «Análisis crítico de los aspectos de modelado matemático en el planeamiento de la expansión a largo plazo de sistemas de transmisión». Ilha Solteira: UNESP.
- Ferreira, Ferreira Da Silva. 2013. «Planeamiento estocástico multietapa de la expansión de la red de transmisión de energía eléctrica considerando restricciones de seguridad». Ilha Solteira: UNESP.
- Grainger J.J y Stevenson, W. *Análisis de sistemas de potencia*, Mac Graw Hill, 1996
- Grijalva, S., y A. M. Visnesky. 2006. «The effect of generation on network security: spatial representation, metrics, and policy». *IEEE Transactions on Power Systems* 21 (3): 1388-95. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2006.879286>.
- Gupta, P., M. Pandit, y D. P. Kothari. 2014. «A review on optimal sizing and siting of distributed generation system: Integrating distributed generation into the grid». En *2014 6th IEEE Power India International Conference (PIICON)*, 1-6. <https://doi.org/10.1109/POWERI.2014.7117648>.
- Hosseini, R. K., y R. Kazemzadeh. 2011. «Optimal DG allocation by extending an analytical method to minimize losses in radial distribution systems». En *2011 19th Iranian Conference on Electrical Engineering*, 1-1.
- Mahmoud, K., N. Yorino, y A. Ahmed. 2016. «Optimal Distributed Generation Allocation in Distribution Systems for Loss Minimization». *IEEE Transactions on Power Systems* 31 (2): 960-69. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2015.2418333>.

- Pozos, A. T., M. L. de Oliveira, J. F. F. Baquero, y M. J. R. Flores. 2014. «A mixed-binary linear formulation for the distribution system expansion planning problem». En 2014 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exposition - Latin America (PES T D-LA), 1-6. <https://doi.org/10.1109/TDC-LA.2014.6955275>.
- Prithvi, R., y M. R. Manjunath. 2017. «A practical approach for optimal allocation of dispatchable and non-dispatchable DG units in distribution systems». En 2017 Innovations in Power and Advanced Computing Technologies (i-PACT), 1-7. <https://doi.org/10.1109/IPACT.2017.8244889>.
- Rakesh, R., P. VenkataPapana, y S. Keerthi. 2017. «A hybrid algorithm for optimal allocation of DG in radial distribution system». En 2017 IEEE Region 10 Symposium (TENSYP), 1-5. <https://doi.org/10.1109/TENCONSpring.2017.8070009>.
- Rider, M. J., J. M. Lopez-Lezama, J. Contreras, y A. Padilha-Feltrin. 2013. «Bilevel approach for optimal location and contract pricing of distributed generation in radial distribution systems using mixed-integer linear programming». *Transmission Distribution IET Generation* 7 (7): 724-34. <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2012.0369>.
- Sierra, Juan E., Edward A. Giraldo, y Jesus M. Lopez-Lezama. 2018. «Weighting Transmission Loading Relief Nodal Indexes for the Optimal Allocation of Distributed Generation in Power Systems». *Contemporary Engineering Sciences* 11 (53): 2601-11. <https://doi.org/10.12988/ces.2018.86266>.
- Souza, Resende. 2014. «Optimización de enjambre de partículas aplicada al planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión». Ilha Solteira: UNESP.
- Suvarchala, K., T. Yuvaraj, y P. Balamurugan. 2018. «A brief review on optimal allocation of Distributed Generation in distribution network». En 2018 4th International Conference on Electrical Energy Systems (ICEES), 391-96. <https://doi.org/10.1109/ICEES.2018.8443294>.
- Tejada, Diego, Jesús M. López-Lezama, Marcos J. Rider, y Guillermo Vinasco. 2015. «Transmission network expansion planning considering repowering and reconfiguration». *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 69 (julio): 213-21. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2015.01.008>.